

# ARCHモデルのミクロ的基礎付けの試み

水田 孝信    スパークス・アセット・マネジメント株式会社

本発表資料はスパークス・アセット・マネジメント株式会社の公式見解を表すものではありません。  
すべては個人的見解であります。

この資料は以下のサイトで閲覧、ダウンロードできます:

Slide Share    <http://www.slideshare.net/mizutata/mf2016>

.pdf    [http://www.geocities.jp/mizuta\\_ta/mf2016.pdf](http://www.geocities.jp/mizuta_ta/mf2016.pdf)

英語版ワーキングペーパーもあります:

SSRN    <http://ssrn.com/abstract=2710457>

# 今日のおはなし

(1) はじめに: ミクロ的基礎付けと人工市場研究

(2) モデル: 価格決定モデル

(3) モデル: ノイズトレーダーのみの場合

(4) モデル: ノイズトレーダー以外もいる場合

(5) まとめと今後の課題

(1)はじめに:ミクロ的基礎付けと人工市場研究

(2)モデル:価格決定モデル

(3)モデル:ノイズトレーダーのみの場合

(4)モデル:ノイズトレーダー以外もいる場合

(5)まとめと今後の課題

経済マクロモデル DSGE

ミクロ的基礎付けがなされるべき

ミクロ的基礎付けされた経済マクロモデルが多数生まれる

リスク資産価格変動モデル ARCH, GARCH

ミクロ的基礎付けがなされていない

ARCH(1)モデル

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 r_{t-1}^2$$

$a_0$ : 定数: 固定的なボラティリティ

$a_1$ : 定数: ボラティリティクラスタリングの量

$a_0, a_1$ がどのミクロプロセスから決まるのか不明

人工市場モデルを用いたシミュレーション研究

取引参加者と取引所(マイクロプロセス)のみをモデル化  
シミュレーション結果としての価格変動(マクロ現象)を観測

完全にミクロ的基礎付けがされたマクロモデル

金融市場の規制・制度(マイクロ)の変更が  
どういうメカニズムで価格形成(マクロ)に  
影響を与えるかの分析などに大きく貢献

本研究

人工市場研究の知見

ARCH(1)モデルのミクロ的基礎付け

(1) はじめに: ミクロ的基礎付けと人工市場研究

**(2) モデル: 価格決定モデル**

(3) モデル: ノイズトレーダーのみの場合

(4) モデル: ノイズトレーダー以外もいる場合

(5) まとめと今後の課題

# [水田ら 12]による価格決定モデル

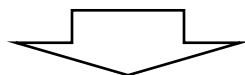
## 人工市場モデル

簡易な価格決定モデルがしばしば用いられる

$$r_t = \eta(A_t^b - A_t^s) \quad \text{買い・売り注文数量: } A_t^b, A_t^s$$

価格変動が需給の差に比例する

しかし、このモデルの妥当性や  $\eta$  の意味は不明だった

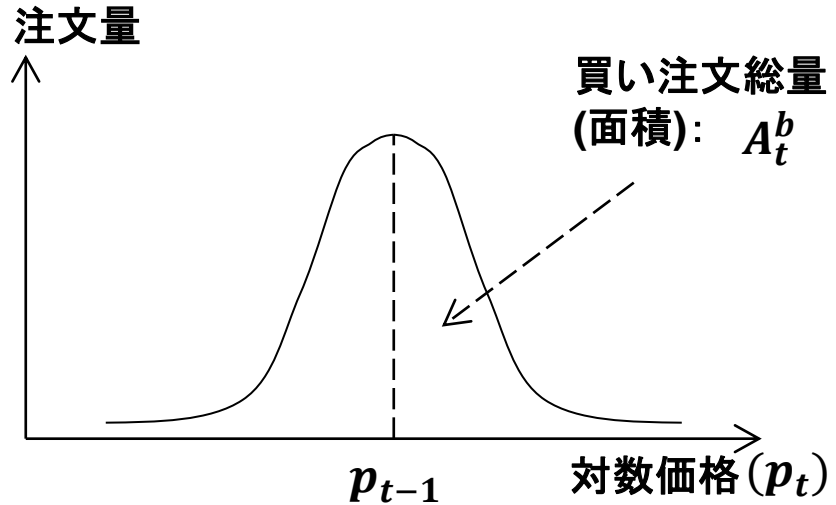


## [水田ら 12]

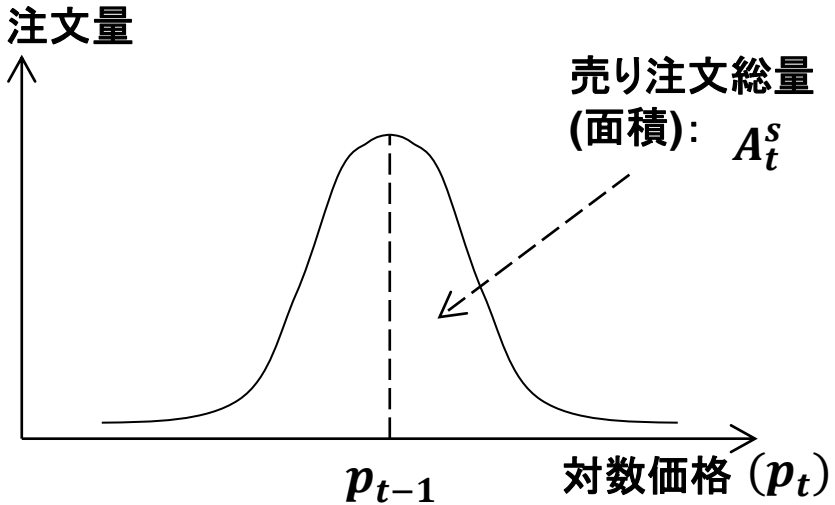
板寄せ時の売り・買いの指値注文の分布をモデル化  
このモデルの妥当性を示したうえで、  
 $\eta$  の意味=注文のばらつきを明らかにした

# 指値注文の分布

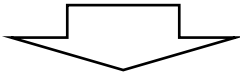
買い注文の価格分布



売り注文の価格分布



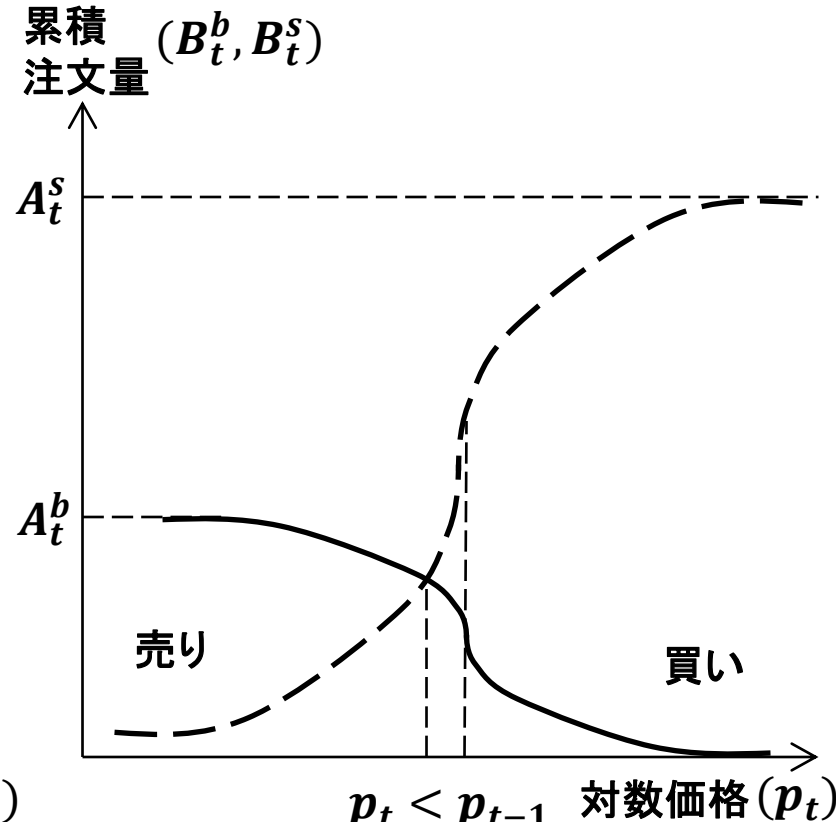
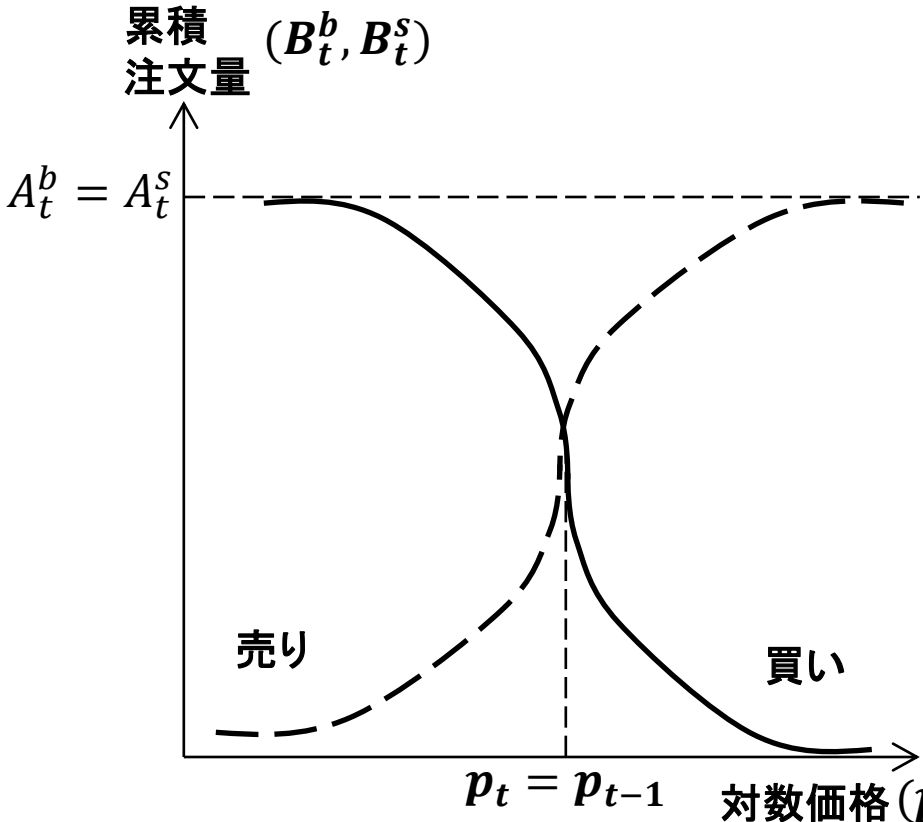
買い・売り共に、平均:  $p_{t-1}$ , 標準偏差  $\hat{\rho}$ , の正規分布  
注文総量(面積)のみ異なる:  $A_t^b, A_t^s$



予想価格の平均、ばらつきは同じ、  
でも、需給のゆがみがある



# 累積正規分布から需要と供給がマッチするところで価格が決まる



リターン

$$r_t = \rho \frac{A_t^b - A_t^s}{A_t^b + A_t^s}$$

予想価格のばらつき、  
需給の歪みに比例

予想価格の平均、ばらつきは同じでも、  
需給のゆがみだけで価格が変化

(1)はじめに:ミクロ的基礎付けと人工市場研究

(2)モデル:価格決定モデル

**(3)モデル:ノイズトレーダーのみの場合**

(4)モデル:ノイズトレーダー以外もいる場合

(5)まとめと今後の課題

## ノイズトレーダーの売り・買い注文数量

$$A_t^b = \frac{1}{2}S + \frac{1}{2}kS\varepsilon_t$$
$$A_t^s = \frac{1}{2}S - \frac{1}{2}kS\varepsilon_t$$

注文数量: 固定量+ランダム

S: 定数: 固定的に存在する注文数量

k: 定数: 需給の歪みの大きさ

$\varepsilon_t$ : 標準正規分布に従う確率変数

先の価格決定モデルに代入

$$r_t = \rho k \varepsilon_t$$

$$r_t = \rho \frac{A_t^b - A_t^s}{A_t^b + A_t^s}$$

## ARCH(1)モデル

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 r_{t-1}^2$$

$a_0$ : 定数: 固定的なボラティリティ

$a_1$ : 定数: ボラティリティクラスタリングの量

上の式と比較して

$$\sigma_t^2 = a_0 = \rho^2 k^2$$

ボラティリティの決定要因

⇒ 予想価格のばらつき( $\rho$ )、需給の歪みの大きさ(k)

ボラティリティクラスタリング

⇒ ノイズトレーダーだけでは発生しない

(1)はじめに:ミクロ的基礎付けと人工市場研究

(2)モデル:価格決定モデル

(3)モデル:ノイズトレーダーのみの場合

**(4)モデル:ノイズトレーダー以外もいる場合**

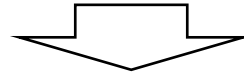
(5)まとめと今後の課題

# 効用関数にもとづいて注文量を決める”通常投資家”を導入

## 人工市場モデル

投資家(エージェント)の注文量を効用関数で決める

[水田ら 12]



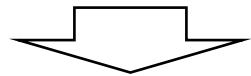
ボラティリティクラスタリングを発生可能

## CARA (constant absolute risk aversion) 型効用関数

$$U_t = r_t^e / \alpha$$

$r_t^e$  : 期待リターン  
 $\alpha$  : リスク回避度

リターンが期待できる  $\Rightarrow$  いっぱい買う  
リスク回避度が低い  $\Rightarrow$  いっぱい買う



期待リターンが過去のリターンで決まる

$$U_t = r_{t-1}^2 / \alpha$$

↑ テクニカル戦略: 自明  
ファンダメンタル戦略:  
急落時は市場価格との乖離が大きい

# ノイズトレーダーと通常投資家の売り・買い注文数量

$$A_t^b = \frac{1}{2}S + \frac{1}{2}kS(1 + lU_t)\epsilon_t$$
$$A_t^s = \frac{1}{2}S - \frac{1}{2}kS(1 + lU_t)\epsilon_t$$

l: 定数: 通常投資家の割合

先の価格決定モデルに代入

$$r_t = \rho k \left( 1 + \frac{l}{\alpha} r_{t-1}^2 \right) \epsilon_t$$

$$r_t = \rho \frac{A_t^b - A_t^s}{A_t^b + A_t^s}$$

$$U_t = r_{t-1}^2 / \alpha$$

## ARCH(1)モデル

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 r_{t-1}^2$$

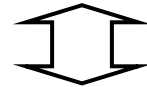
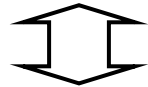
$r_{t-1}^4 \ll 1$  を仮定し、上の式と比較して

$$\sigma_t^2 = \rho^2 k^2 + 2\rho^2 k^2 \frac{l}{\alpha} r_{t-1}^2$$

# ARCH(1)のミクロ的基礎付け

ARCH(1)モデル

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 r_{t-1}^2$$



ミクロ的基礎付け

ARCH(1)モデル

$$\sigma_t^2 = \rho^2 k^2 + 2\rho^2 k^2 \frac{l}{\alpha} r_{t-1}^2$$

ボラティリティとクラスタリングの大きさの決定要因

⇒ 予想価格のばらつき( $\rho$ )、需給の歪みの大きさ( $k$ )

ボラティリティクラスタリングは上に加えて

⇒ 普通投資家の割合( $l$ )、リスク回避度の逆数( $1/\alpha$ )

- ・ 高格付けの短期債券のように予想価格がばらけていないものよりも不確実性が高い株式の方が投資家の予想価格がばらけているのでボラティリティが高くなる。
- ・ 需給の歪みを吸収する注文が多く待機している高流動性の株式よりも、吸収する注文が少なく需給の歪みが激しい低流動性の株式の方がボラティリティが高くなる。
- ・ 流動性を供給するノイズトレーダーに比べ流動性を奪う普通投資家が多くなるとボラティリティクラスタリングが大きくなる。
- ・ 普通投資家のリスク回避度が低くなると、つまりリスクをとった取引を行うほどボラティリティクラスタリングは大きくなる。

(1)はじめに:ミクロ的基礎付けと人工市場研究

(2)モデル:価格決定モデル

(3)モデル:ノイズトレーダーのみの場合

(4)モデル:ノイズトレーダー以外もいる場合

**(5)まとめと今後の課題**



# まとめ

## 人工市場研究の知見

### ARCH(1)モデルのミクロ的基礎付け

ミクロ的基礎付けをされた  
ARCH(1)モデル

$$\sigma_t^2 = \rho^2 k^2 + 2\rho^2 k^2 \frac{l}{\alpha} r_{t-1}^2$$

ボラティリティとクラスタリングの大きさの決定要因

⇒ 予想価格のばらつき( $\rho$ )、需給の歪みの大きさ( $k$ )

ボラティリティクラスタリングは上に加えて

⇒ 普通投資家の割合( $l$ )、リスク回避度の逆数( $1/\alpha$ )

## 今後の課題

- ・ 得られたモデルの実証分析による検証
- ・ 仮定は強すぎるため、おのおのの仮定を慎重に検討

# ご清聴ありがとうございました

## 参考文献

[水田ら 12] 水田孝信, 八木勲, 和泉潔: 「現実の価格決定メカニズムを考慮した人工市場の設定評価手法の開発」, 人工知能学会論文誌, Vol. 27, No. 6, 2012

<http://doi.org/10.1527/tjsai.27.320>

[水田 16] 水田孝信: 「ARCHモデルのミクロ的基礎付けの試み」, SSRN Working Paper Series (2016)

<http://ssrn.com/abstract=2710516>

[Mizuta 16]: “Micro-Foundation of ARCH Model”, SSRN Working Paper Series (2016)

<http://ssrn.com/abstract=2710457>

この資料は以下のサイトで閲覧、ダウンロードできます:

Slide Share <http://www.slideshare.net/mizutata/mf2016>

.pdf [http://www.geocities.jp/mizuta\\_ta/mf2016.pdf](http://www.geocities.jp/mizuta_ta/mf2016.pdf)

英語版ワーキングペーパーもあります:

SSRN <http://ssrn.com/abstract=2710457>