

忍耐強い (Patient) アクティブ投資は市場を効率的にするのか？ —人工市場によるシミュレーション分析—

水田 孝信*¹ 堀江 貞之*²
Takanobu Mizuta Sadayuki Horie

*¹ スパークス・アセット・マネジメント株式会社 SPARX Asset Management Co., Ltd.
*² 株式会社 野村総合研究所 Nomura Research Institute, Ltd.

値上がり期待できる株を選別して投資するアクティブ投資は、投資先企業に本源的に存在する価値に基づいて投資するため、企業価値に即した適正な価格を発見し、市場価格をその価格に近づける（市場を効率的にする）という主張がある。しかしながら、実際のアクティブ投資が市場を効率的にしているかどうかは分かっていない。近年の実証分析は、比較対象となるインデックス（日経平均株価などの指数）から大きく乖離した割合で銘柄を保有しインデックスに対して大きく異なる利益となるリスクをとったうえで売買量が少ない、いわゆる“忍耐強い (Patient) アクティブ投資”が利益を得ていることを明らかにした。今後このような投資が増えることが予想されるが、売買量が少ないにも関わらず市場価格に影響を与え市場を効率的にするのかどうかは重要な論点である。そこで本研究では、忍耐強いアクティブ投資の特徴を反映した投資家を導入した人工市場モデルを構築し、このような売買量が少ない投資家が市場価格に影響を与え市場を効率的にするのかを議論した。その結果、忍耐強いアクティブ投資はまれに起こる、市場価格が企業価値に即した適正な価格から大きく乖離して市場が不安定になり、市場がさらに非効率になりそうなきみに多く売買を行い、市場を効率化することに寄与していることが示された。市場価格の変動が大きくなると、投機的な注文はその変動をさらに大きくすることがあるが、忍耐強いアクティブ投資の注文は、このような増幅を防いでいる可能性も示された。本研究ではさらに、“忍耐強くない (Impatient) アクティブ投資”もモデル化し、アクティブ投資家の数を一定に保ちその構成を変化させた場合も分析した。その結果、忍耐強くない投資家が減り、忍耐強い投資家が増えると、アクティブ投資の総利益のみならず、投資家1人あたりの利益も増えることが分かった。つまり、忍耐強い投資家が増えることにより、競争が増えて利益を奪い合うのではなく、仲間が増えることにより売却したい価格に到達しやすくなり投資機会が増え利益を獲得しやすくなるということが分かった。このことは、忍耐強い投資は市場が効率的になると利益が減るといふよりは、市場が非効率すぎて利益が減るといふ側面もあることを示している。

1. はじめに

株式や債券などに投資するファンドの投資手法には大きく分けて、値上がり期待できる銘柄を選別しそれらに投資する“アクティブ”投資と、日経平均株価などの指数（インデックス）と同じ収益を得られるようにインデックスを構成する銘柄と同じ銘柄を同じ割合で保有する“パッシブ”投資がある。近年、アクティブファンドの収益の平均がパッシブファンドより少ないことを主張する実証研究 [French 08, Bogle 14] があることや、特に米国において手数料が高いファンド*¹を販売する場合に販売員が説明責任を負う法改正により、パッシブファンドの投資残高が増える一方、アクティブファンドの投資残高は減っている [A.T.Kearney 16, 神山 17]。

アクティブ投資は投資先企業に本源的に存在する価値（ファンダメンタル価値）に基づいて取引を行うため、企業価値に即した適正な価格を発見し、その価格付近に市場価格を近づける（市場を効率的にする）という、資本主義の重要な機能である投資資本の適切な配分を担っているという主張がある（優れたレビューとして [Wurgler 10]）。そのため、アクティブ投資が減りパッシブファンドが増えることは、市場価格が適切に形成されず資本の適切な配分機能が破壊され、社会にとって好ましくないという主張すらある [Fraser-Jenkins 16]。

しかしながら、実際のアクティブ投資が市場を効率的にするかどうかや、どれくらいアクティブ投資が存在すれば市場が効

率的になるかなどは分かっていない。また、パッシブファンドは売買をほとんど行わないため直接市場価格をゆがめているとはいえ、実際、どれくらいパッシブファンドが増えれば市場効率性を損なうのかなどは全く分かっていない [Goodman 16]。

また、アクティブ投資といってもさまざまである。近年の実証分析 [Cremers 16] は、比較対象となるインデックスから大きく乖離した割合で銘柄を保有しインデックスに対して大きく異なる利益となるリスクをとったうえで売買量が少ない、いわゆる“忍耐強い (Patient) アクティブ投資”が利益を得ていることを明らかにした。忍耐強いアクティブ投資では、利益が実現するまで長い期間を必要とし、その間に生じる企業のファンダメンタル価値と市場価格が乖離するために損益が悪化する期間に耐えなければならない。それに耐えられない、忍耐強くない (Impatient) アクティブ投資は、損切などをしてしまい利益を逃してしまう [Cremers 16]。

この利益の差により、今後、忍耐強くないアクティブ投資が減り、忍耐強いアクティブ投資が増えることが予想されるため、売買量が少ないにも関わらず市場価格に影響を与え市場を効率的にするのかどうかはますます重要な論点となる。実際、売買量が少ないアクティブ投資の方がそうでないアクティブ投資よりファンダメンタルをより正確に測定できているので、売買が少なかったとしても、市場を効率化する [Albagli 15, Cremers 15] という主張と、売買が少ないアクティブ投資は市場を効率化しない [Suominen 11] という両方の主張がある。いずれにせよ、どのようなメカニズムで少ない売買で市場が効率化するのかは分かっていない。[Pastor 16] はアクティブ投資の売買量は時系列で大きく変動しており売買量が多いときに利益を得ていることを示したが、これは上記のメカニズムに大きな示唆を与えていると考えられる。

実証研究では上記のような、どのように特定種類の投資家が市場価格に影響を与えるかといった、マイクロ・マクロ相互作用

連絡先: 水田 孝信, mizutata@gmail.com

<http://www.mizutatakanobu.com/>

当日の発表スライドは以下にあります

<http://www.mizutatakanobu.com/20171014x.pdf>

*¹ パッシブファンドは銘柄を選別するための調査を行わないため、アクティブファンドに比べファンドを購入する投資家が負担する手数料が少ないことがほとんどである [French 08, Bogle 14, 杉田 16]。

用を含むメカニズムを分析することは困難である。また、取引参加者に占めるパッシブファンドの割合が現在ほど多かったことは過去ないため、これ以上パッシブファンドが増えた場合の議論を実証研究だけで行うのは困難である。そもそも、どのような投資家がどのくらい存在するのかを測定すること自体容易ではない。価格形成や流動性にはさまざまな要因が複雑に関わっているため、実証分析では投資家の構成割合の変化が与える影響だけを取り出すことは困難である。

このような実社会におけるマイクロ・マクロ相互作用を含むメカニズムや、実社会でまだおきていない状況、および状況の変化の純粋な影響を議論するのにすぐれた手法として、コンピュータ上で仮想的にその状況を作り出し検証する、社会シミュレーションがある。社会シミュレーションは、例えば、自動車道の整備が交通渋滞へ与える影響分析や、テロや火災、伝染病が発生した場合の避難の方法やあるべき対策の分析などで、大きな成果をあげている*2。

金融市場に関する社会シミュレーションは、エージェントベースドモデルの一種である人工市場モデルを用いて行われる*3。人工市場モデルは、架空の投資家であるエージェントと、架空の取引所である価格決定メカニズムから構成され、コンピュータ上で仮想的に金融市場をシミュレーションする。人工市場モデルを用いたシミュレーションでは、これまでにない投資家の分布が与える影響やまったく新しい規制の効果を議論できる。その純粋な影響を抽出できる。これが人工市場シミュレーション研究の強みである。これらの強みはこれまでの伝統的な経済学で使われてきた手法にはないものであるとして、NatureとScienceに人工市場モデルに期待を寄せる論考が掲載されている [Farmer 09, Battiston 16]。そして人工市場モデルを用いたシミュレーション研究は、金融市場の規制・制度の議論に貢献*4したり、バブルや金融危機の発生メカニズムの解明に貢献したりした。

しかしながら、売買量の少ない忍耐強いアクティブ投資が、売買量が少ないにも関わらず市場価格に影響を与え市場を効率的にするのかどうかや、このような投資がさらに広がるのが市場を効率的にしていくのかどうかを、人工市場シミュレーションを使って議論した研究はない*5。そもそも、このような忍耐強いアクティブ投資の特徴を反映したエージェントがモデル化されたこともない。

そこで本研究では、実証研究 [Cremers 16] が提唱した忍耐強い (Patient) および忍耐強くない (Impatient) アクティブ投資の特徴を反映したエージェントを導入した人工市場モデルを構築し、売買量が少ない忍耐強いアクティブ投資家が市場価格に影響を与え市場を効率的にするのかどうかや、忍耐強くないアクティブ投資家が減り忍耐強いアクティブ投資家が増えた場合、各々損益がどのようになるかを議論した。

2. 人工市場モデル

実証研究 [Cremers 16] が提唱した忍耐強い (Patient) および忍耐強くない (Impatient) アクティブ投資の特徴を反映した

エージェントをモデル化する。その特徴を表現できる範囲内において、モデルはできる限りシンプルであることは重要である。モデル構築の基本理念は本稿の付録“モデル構築の基本理念”にて説明した。

2.1 エージェント

全エージェント数を N とする。初め、半数のエージェント $N/2$ は株式 1 株を、もう半数のエージェント $N/2$ はキャッシュ C_0 を保有している。 C_0 はエージェントによらず定数である。1 株保有しているエージェントは常に 1 株の売り注文を、株式を保有していないエージェントは常に 1 株の買い注文を出す。そのため、2 株以上の保有、空売り (マイナスの保有株数) は発生しない。

これにより、各エージェントは毎期、注文価格だけを決定すれば注文が一意に定まる。そのため、投資家の行動の違いを注文価格の差異だけに焦点をあてられ結果の解釈がしやすく、保有株数の細かい調整が発生しないため売買量が少ない投資家も表現できる。以下、エージェントの種類ごとの注文価格の決定方法を説明する。

2.1.1 Patient エージェント

実証研究 [Cremers 16] が提唱した、忍耐強い (Patient) アクティブ投資の特徴を反映した Patient エージェントをモデル化する。アクティブ投資では、利益が実現するまで長い期間を必要とし、その間に生じる企業のファンダメンタル価値と市場価格が乖離するために損益が悪化する期間に耐えなければならないが、それに耐えられるのが Patient エージェントである。

Patient エージェントは N_P 体存在する。時刻 t 、エージェント j の注文価格 $P_o^{t,j}$ は、

$$P_o^{t,j} = P_f \exp(d\sigma^j \pm m(\mu^j + 1)). \quad (1)$$

ここで、 d および m は定数であり、 σ^j は j ごとに異なる実数を出力する正規分布乱数、 μ^j は j ごとに異なる実数を出力する 0 から 1 までの一様乱数である。 \pm は買い注文のときは $-$ 、売り注文のときは $+$ をとる。

直近 (時刻 $t-1$) の市場価格 P^{t-1} に依存せず、株式がもつ本源的な価値 (ファンダメンタル価格 P_f) を元に注文価格 $P_o^{t,j}$ を決める。各エージェントはファンダメンタル価格 P_f を知らないが推定を試みている。 $d\sigma^j$ は、その推定したファンダメンタル価格と P_f の差の P_f に対する比率を示している。また、ファンダメンタル投資家は推定ファンダメンタル価格から十分な価格で買おうとし、十分な価格で売ろうとする傾向があるといわれ、この十分な価格差のことを安全マージン (Margin of Safety) とよぶ [Graham 03]。 $m(\mu^j + 1)$ は安全マージンの推定ファンダメンタル価格に対する比である。

注文価格 $P_o^{t,j}$ は直近の市場価格 P^{t-1} にまったく依存せず、エージェントの損益がどのようになっても注文価格などの注文行動に変化がない。そのため、損益の悪化に耐え、目標となる市場価格になるまで売買しないため売買が少なくなるという特徴を持っている。

2.1.2 Impatient エージェント

実証研究 [Cremers 16] が提唱した忍耐強くない (Impatient) アクティブ投資の特徴を反映した Impatient エージェントをモデル化する。アクティブ投資では、利益が実現するまで長い期間を必要とし、その間に生じる企業のファンダメンタル価値と市場価格が乖離するために損益が悪化する期間に耐えなければならないが、それに耐えられない Impatient エージェントは、損切などをしてしまい利益を逃してしまう [Cremers 16]。

*2 例えば、[出口 09, 和泉 12a] などが詳しい。

*3 優れたレビューとして、[和泉 03, LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12b, 水田 14, Mizuta 16, Todd 16, 和泉 17a, 和泉 17b] がある。

*4 人工市場モデルの金融市場の規制・制度の議論への貢献は [水田 14, Mizuta 16, 和泉 17a] が詳しい。また、東京証券取引所の持ち株会社、日本取引所グループは人工市場モデルによる研究を“JPX ワーキングペーパー” (<http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>) として多く公表している。

*5 人工市場モデルを用いてパッシブファンドが価格へ与える影響を議論した研究ならある [高橋 11, Braun-Munzinger 16]。

Impatient エージェントは N_{Imp} 体存在する。通常時の注文価格の決定は、Patient エージェント同様に式 (1) で決定する。ただし、時刻 t , エージェント j が、株式を保有しているときに、損切価格 $P_{\text{lc}}^{t,j}$,

$$P_{\text{lc}}^{t,j} = P_b \exp(-m(\mu^j + 1)), \quad (2)$$

を下回った場合、株式を売却する*6。ここで、 P_b はすでに保有している株式を購入した価格 (簿価) である。損切を実行した後は、エージェント j が推定するファンダメンタル価格 $P_f \exp(d\sigma^j)$ を市場価格 P^t が上回ったら式 (1) の通常の注文価格での注文を行い、それまでは注文を出さない。

2.1.3 テクニカルエージェント

テクニカルエージェントは N_{T} 体存在する。そのうち半数の $N_{\text{T}}/2$ 体が順張り、残りの半数が逆張りである。順張りの時刻 t , エージェント j の注文価格 $P_o^{t,j}$ は、

$$P_o^{t,j} = P^t \frac{P^t}{P^{t-tm^j}}. \quad (3)$$

テクニカルエージェントは予想価格と同じ価格で注文をする。そのため、予想リターンは $\log(P_o^{t,j}/P^t)$ となる。順張りの場合、予想リターン $\log(P_o^{t,j}/P^t)$ が過去のリターン $\log(P^t/P^{t-tm^j})$ と一致するとするため、式 (2) が求められる。

逆張りの時刻 t , エージェント j の注文価格 $P_o^{t,j}$ は、

$$P_o^{t,j} = P^{t-tm^j}. \quad (4)$$

ここで、 tm^j は j ごとに異なる自然数を出力する 1 から tm_{max} までの一様乱数で、 tm_{max} は定数である。逆張りの場合、予想リターン $\log(P_o^{t,j}/P^t)$ が過去のリターンの逆 (逆符号) $-\log(P^t/P^{t-tm^j})$ と一致するとするため、式 (3) が求められる。

現実の金融市場の価格変動を再現するためにテクニカルエージェントが必要であることが知られている*7。そのため、本モデルでもなるべくシンプルなテクニカルエージェントを導入した。

2.1.4 ノイズエージェント

ノイズエージェントは N_{N} 体存在し、時刻 t , エージェント j の注文価格 $P_o^{t,j}$ は、

$$P_o^{t,j} = P^t \exp(\eta\sigma^{t,j}). \quad (5)$$

ここで η は定数、 $\sigma^{t,j}$ は t および j ごとに異なる実数を出力する正規分布乱数である。本研究では常に十分な量の取引が行われている株式を取り扱う。これまでに述べたエージェントだけだと注文価格が特定の価格付近に偏り売買があまり成立しないことが多く発生するので、ノイズエージェントを導入した。なお、実際の金融市場においてもこのような、流動性*8 を供給する市場参加者が多く存在する。

2.1.5 パッシブファンドのモデル化について

本研究では、パッシブエージェントは導入しない。日経平均株価などの指数 (インデックス) と同じ収益を得られるようにインデックスを構成する銘柄と同じ銘柄を同じ割合で保有するパッシブファンドは、設定解約がある場合やインデックスの組

*6 具体的には価格 1 の売り注文を出す。

*7 例えば、[Chen 12]。本稿の付録“モデルの妥当性”も参照。

*8 多くの待機している注文がもたらす売買の成立のしやすさ。例えば、[黒崎 15a, Kurosaki 15b] が詳しい。

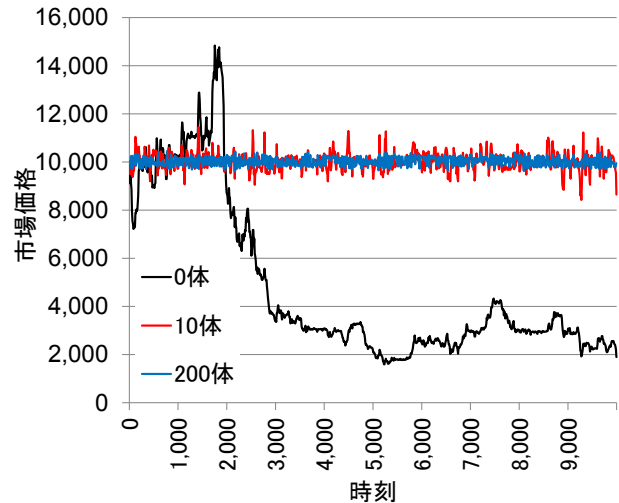


図 1: Patient エージェントの体数 $N_{\text{P}} = 0, 10, 500$ のときの市場価格 P^t の時系列。

み入れ銘柄変更時以外は取引を行わない。本研究では両者ともに考慮していない効果であり、パッシブエージェントをモデル化すると、売買を一切行わないエージェントとなる。そのため、パッシブファンドのみが増加する場合は取り扱えないことに注意が必要である。また、Impatient エージェントがないときの Patient エージェント数 N_{P} が減少することは、アクティブ投資からパッシブファンドへ資金が移っていることをモデル化していると解釈できる。よって、3.1 節では、アクティブ投資からパッシブファンドへ資金が移っている場合、価格形成がどのようになるかを調べているともいえる。

2.2 価格決定メカニズム

時刻 t のすべてのエージェントの注文価格が決定されたのち、板寄せ方式 (call auction) [東証 15, TSE 15] で取引を成立させ市場価格 P^t を決定する。すなわち、買い注文は高い注文から、売り注文は安い注文から順番につき合わせていき、売買の注文価格が同じになったところを P^t とする。板寄せ方式では、連続的に 1 注文ごとに取引を成立させるのではなく、売りと買いの注文を各々集めておき、ある特定の時刻になったら一括で取引を成立させる。取引価格は需要・供給曲線の交差する価格に決まる。供給 (需要) 曲線は、売り手 (買い手) がこの価格より高く売りたい (安く買いたい) 注文数を累積して描いた曲線である。

3. シミュレーション結果

各種パラメータは、 $N_{\text{T}} = 100, N_{\text{N}} = 1000, C_0 = P_f = 10000, d = 0.05, m = 0.02, tm_{\text{max}} = 100, \eta = 0.5$ とした。また各シミュレーションは $t = t_e = 10000$ まで行った。本モデルおよびこれらのパラメータの妥当性については本稿の付録“モデルの妥当性”で説明した。また、本モデルは他のモデルに比べパラメータが少なく、恣意性が入りにくいのが特徴である。

3.1 Patient エージェントが存在する場合

ここでは、 $N_{\text{Imp}} = 0$ とし、 $N_{\text{P}} = 0, 10, 20, 50, 100, 200, 500$ に対して、その他の条件を乱数表も含め全く同じにして、各種統計値を算出する。これを乱数表を変更して 100 回行い、その平均値を以後用いる (ただし、図 1 のみはある 1 回の試行の

表 1: Patient エージェントの体数ごとの市場非効率性と各エージェント種類別の最終損益および売買数量.

Patient の体数	市場非効率性	1 体あたり最終損益			最終損益合計 Patient	1 体あたり売買数量			売買数量合計 Patient
		ノイズ	テクニカル	Patient		ノイズ	テクニカル	Patient	
0	109.59%	-0.03	0.31	—	—	5,000	1,344	—	—
10	3.11%	-0.04	0.04	3.15	32	5,000	1,551	88.08	881
20	2.04%	-0.05	-0.07	2.66	53	5,000	1,674	77.04	1,541
50	1.59%	-0.07	-0.23	1.90	95	5,000	1,744	58.29	2,914
100	1.47%	-0.10	-0.37	1.35	135	5,000	1,772	44.20	4,420
200	1.35%	-0.12	-0.51	0.86	172	5,000	1,805	30.35	6,069
500	1.24%	-0.14	-0.66	0.42	208	5,000	1,840	16.26	8,131

表 2: Patient エージェント (P) および Impatient エージェント (ImP) の体数ごとの市場非効率性と各エージェント種類別の最終損益および売買数量.

体数		市場非効率性	1 体あたり最終損益		最終損益合計			1 体あたり売買数量		売買数量合計		
P	ImP		P	ImP	P	ImP	P+ImP	P	ImP	P	ImP	P+ImP
100	100	8.65%	0.49	0.35	49	35	84	17.45	28.34	1,745	2,834	4,579
120	80	2.20%	0.64	0.56	77	45	122	23.13	36.30	2,776	2,904	5,680
140	60	1.67%	0.71	0.62	99	37	136	25.47	37.09	3,565	2,225	5,791
160	40	1.42%	0.77	0.67	124	27	150	27.57	38.22	4,411	1,529	5,939
180	20	1.35%	0.82	0.71	148	14	162	29.09	39.79	5,235	796	6,031
200	0	1.35%	0.86	—	172	—	172	30.35	—	6,069	—	6,069

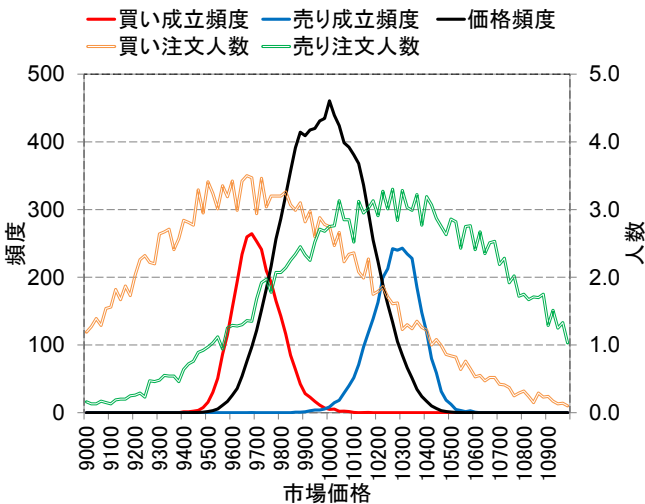


図 2: 市場価格帯別 (20 刻み) の、市場価格がその価格帯になった頻度 (価格頻度) と Patient エージェントの取引数量および式 (1) の売り買い両方の注文価格 $P_o^{t,j}$.

結果を用いた。). 2.1.5 節で述べたように、Patient エージェント数 N_P が減少することは、パッシブファンドが増加していることをモデル化していると解釈できるため、本節ではアクティブ投資が減少 (N_P が減少) しパッシブファンドが増加した場合を調べているといえる。

市場の効率性を測定する指標として、市場非効率性 M_{ie} ,

$$M_{ie} = \frac{1}{t_e} \sum_{t=1}^{t_e} \frac{|P^t - P_f|}{P_f}, \quad (6)$$

を定義した*9。ここで $||$ は絶対値を示す。 M_{ie} は 0 以上の値をとり、0 なら完全に効率的、大きくなればなるほど非効率であることを示す。

図 1 は Patient エージェントの体数 $N_P = 0, 10, 200$ のときの市場価格 P^t の時系列である。 Patient エージェントが増えるほど $P_f = 10000$ 付近に収まっていることが分かり、市場が効率的になっていることが伺える。 実際、表 1 は N_P ごとの市場非効率性 M_{ie} を示しているが、 N_P が増えるほど、市場が効率化しているのが分かる。つまり、アクティブ投資が減少すると市場が非効率になる可能性を示している。これは、アクティブ投資からパッシブファンドへ資金が移っていくと、市場が非効率になる可能性も示している。ただし 2.1.5 節で述べたように、アクティブ投資が減少せず、パッシブファンドが増加する場合は本研究のモデルで調べることはできないことに注意。

表 1 はさらに、 N_P ごとの各エージェント種類別の売買数量 (1 体あたりおよびそのエージェントでの合計) も示している。 Patient エージェントの売買数量は他のエージェントと比べて非常に少ないにも関わらず、市場を効率化している。

これらの理由を調べるため、図 2 は、市場価格帯別 (20 刻み) の、市場価格がその価格帯になった頻度 (価格頻度) と Patient エージェントの取引数量および式 (1) の売り買い両方

*9 市場の効率性を示す指標は多く提案されている [伊藤 07, Verheyden 13] が、本研究で用いる市場非効率性は、通常は観測できないファンダメンタル価格 P_f を直接使用しており、人工市場シミュレーションでしか用いることができない定義である。人工市場シミュレーションでは P_f が明確であるため、推定ではない理想的な市場の効率性を測定できる市場非効率性の使用が可能である。

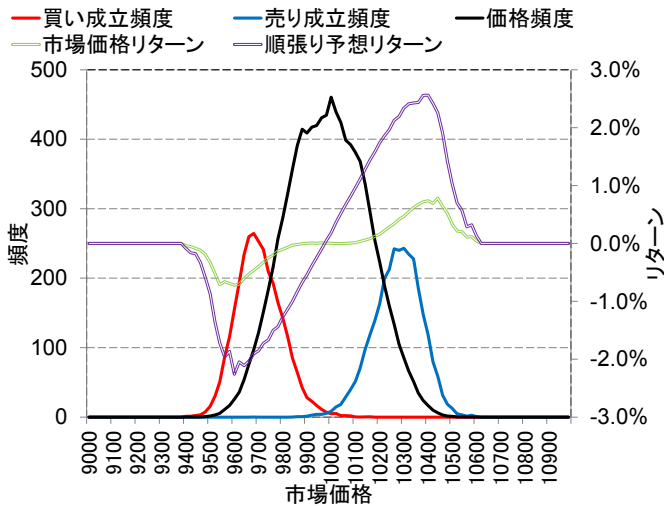


図 3: 市場価格帯別 (20 刻み) の, 市場価格がその価格帯になった頻度 (価格頻度), 平均市場価格リターン $\log(P^t/P^{t-1})$ および順張りのテクニカルエージェントの予想リターン ($\log(P_o^{t,j}/P^t)$).

の注文価格 $P_o^{t,j}$ を示した。注文価格は広く分布しているにも関わらず、実際に成立した買い(売り)注文は、真のファンダメンタル価格 $P_f = 10000$ から離れた $P^t = 9800$ ($P^t = 10300$) 付近であった。これは真のファンダメンタル価格に近い価格を推定できた (σ^j が小さい) Patient エージェントのみが、買いと売りの両方の注文価格が実現した市場価格に含まれたことを示している。例えば、 σ^j がプラスに大きい場合、買い注文 $P_f \exp(d\sigma^j - m(\mu^j + 1))$ は P_f 付近の多くの実現した市場価格であったとしても、売り注文 $P_f \exp(d\sigma^j + m(\mu^j + 1))$ が高すぎて市場価格が到達せず売却できない。このように市場価格が高頻度になる価格帯である P_f 付近で買い(売り)を行う Patient エージェントは売り(買い)注文が市場価格が実現しない価格となっているため取引が実現しない。そのため、市場価格が頻度は低いが実現する価格帯であり、かつ、注文価格が多く存在する価格帯で、Patient エージェントの注文が成立することとなる。逆に言えば、Patient エージェントの注文は、買い(売り)注文が多く成立する価格帯よりも安くなる(高く)なるのを防いでおり、その結果、注文が成立する価格帯が市場価格が実現する下限(上限)となっているともいえる。このような価格帯は P_f から離れ市場が非効率になっているときである。つまり、Patient エージェントは市場が非効率になったときのみ売買を行っているといえる。

図 3 は、市場価格帯別 (20 刻み) の、平均市場価格リターン $\log(P^t/P^{t-1})$ および順張りのテクニカルエージェントの予想リターン $\log(P_o^{t,j}/P^t)$ を図示した。Patient エージェントの買い(売り)注文が成立している価格帯は、市場価格リターンおよび順張りのテクニカルエージェントの予想リターンが共にマイナス(プラス)になっている。すなわち、市場価格が P_f より低く(高く)なりさらに低く(高く)なりそうとき、つまり市場価格の変動がさらに大きくなりそうときに、これを防ぐ方向の Patient エージェントの買い(売り)注文が成立している。この売買行動は [Pastor 16] の実証研究の結果と整合的である。また、この市場効率化のメカニズムは、[Albagli 15, Cremers 15] が主張するメカニズムとは異なるものである。

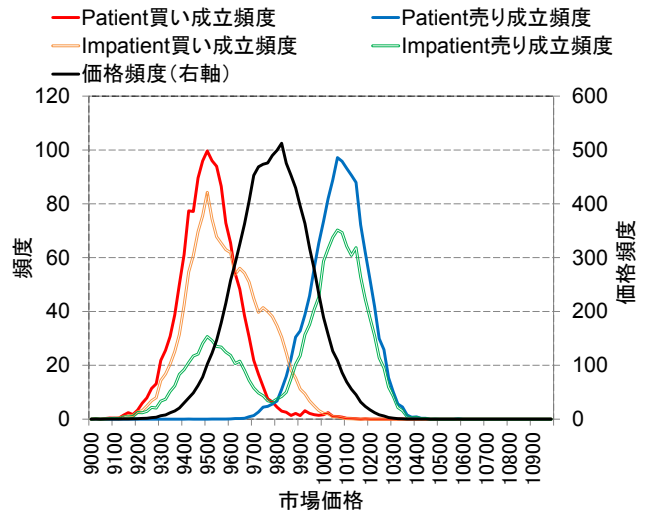


図 4: $N_P = 120, N_{Imp} = 80$ のときの、市場価格帯別 (20 刻み) の、市場価格がその価格帯になった頻度 (価格頻度), Patient と Impatient エージェントの売買注文の成立頻度。

このように、Patient エージェントはまれに起こる P^t が P_f から大きく乖離して市場が不安定になり、市場がさらに非効率になりそうときのみによく売買を行い、市場価格に影響を与え、市場を効率化することが示された。さらに、順張りのテクニカルエージェントの注文価格は市場価格の変動が大きくなるにさらにその変動をさらに大きくするが、Patient エージェントの注文は、このような増幅を防いでいることも示された。つまり、売買数量は少なくとも、市場が非効率化しそうときのみ売買を行い、市場効率化に大きく関与している可能性が示された。このことは、アクティブ投資からパッシブファンドへ資金が移ると市場を非効率にする可能性を示したと考えられる。

表 1 は、 N_P ごとの各エージェント種類別の平均の最終損益も示している。最後まで保有した株式の価格は P_f として、損益を計算した。Patient エージェントは他の種類のエージェントより高い収益となっている。また、 N_P が多くなるにつれて、1 体あたり最終損益が少なくなっているもののマイナスにまではなっていないことが分かる。一方、最終損益合計は増えている。1 体あたりおよび合計のいずれも、売買数量と同じ傾向となっている。すなわち、Patient エージェントの増加により売買数量合計は増加し損益合計も増加するが、その増加量はエージェント数の増加ほどではないため、1 体あたりの売買数量、最終損益は減少してしまうと考えられる。

3.2 Impatient および Patient エージェントが存在する場合

ここでは、 $\{(N_P, N_{Imp})\} = \{(100, 100), (120, 80), (140, 60), (160, 40), (180, 20), (200, 0)\}$ の場合を調べた。 $N_P + N_{Imp} = 200$ で一定であることに注意。

表 2 は、 N_P, N_{Imp} ごとの市場非効率性 M_{ie} , Patient と Impatient エージェントの 1 体あたりおよび合計の最終損益、売買数量を示した。 N_P が増えて N_{Imp} 減るにつれて、 M_{ie} は減少し市場は効率的になっている。合計および 1 体あたりのいずれも、売買数量は Impatient エージェントの方が多くても関わらず利益は低くなっている。そして最も注目すべきは、前節 (3.2 節) と異なり、Patient エージェントの最終損益

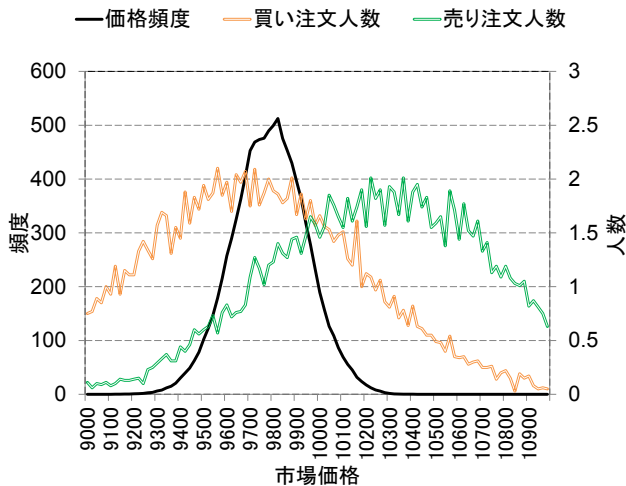


図 5: $N_P = 120, N_{Imp} = 80$ のときの、市場価格帯別 (20 刻み) の、市場価格がその価格帯になった頻度 (価格頻度) および Patient エージェントの式 (1) の売り買い両方の注文価格 $P_o^{t,j}$.

が合計のみならず 1 体あたりでも増加していることである。Impatient エージェントが減り、Patient エージェントが増えると、Patient エージェントにとって競争が増えて利益を奪い合うということはおきず、むしろ、仲間が増え売却したい価格に到達しやすくなり投資機会が増えて利益を獲得しやすくなっていることが考えられる。このことは、忍耐強い投資は市場が効率的になると利益が減るというよりは、市場が非効率すぎて利益が減るという側面もあることを示している。

これらを調べるため、図 4 は $N_P = 120, N_{Imp} = 80$ のときの、市場価格帯別 (20 刻み) の、市場価格がその価格帯になった頻度 (価格頻度) と、Patient と Impatient エージェントの売買注文の成立頻度を示した。Impatient エージェントがいない場合の図 2 と比べ、市場価格が全体的に低くなっている。また、Impatient エージェントの売り成立頻度は $P^t = 9500$ あたりにも山があり、買うべきときに損切を行っていることが分かる。この損切が、市場価格が全体的に低くなっている原因と考えられる。また、Impatient エージェントの方が、買い注文が市場価格の頻度が高い $P^t = 9800$ あたりまで延びてきている。つまり、割安でないときの購入が増えてしまっている。これは推定ファンダメンタル価格が高めの Impatient エージェントが、 $P^t = 9800$ 付近で購入し、売り注文価格には市場価格が到達しない一方、損切価格には到達してしまい、割安でない購入と損切を繰り返していることが考えられる。これが Patient エージェントであれば、前節 (3.2 節) で述べたように、売却の機会が訪れずずっと保有したままとなるので売買は発生しない。この差が、Impatient エージェントの売買が多いにも関わらず利益が少ない理由と考えられる。

図 5 は、 $N_P = 120, N_{Imp} = 80$ のときの、市場価格帯別 (20 刻み) の、Patient エージェントの式 (1) の売り買い両方の注文価格 $P_o^{t,j}$ を示した。図 4 で説明したように、Impatient エージェントの損切によって市場価格が全体的に低くなったため、Patient エージェントの売り注文がもっとも多い価格帯 ($P^t = 10200 \sim 10500$) に市場価格が全く到達しなくなっている。つまり、Impatient エージェントが存在することによる価格形成の変化が、Patient エージェントの売却機会を奪い利益

を少なくしている。すなわち、Patient エージェントにとっては、同じ Patient エージェントが利益を奪い合うというよりは、Impatient エージェントが価格形成に与える影響が利益を得る機会を奪っているといえる。

4. まとめと今後の課題

本研究では、実証研究 [Cremers 16] が提唱した忍耐強い (Patient) および忍耐強くない (Impatient) アクティブ投資の特徴を反映したエージェントを導入した人工市場モデルを構築し、売買量が少ない忍耐強いアクティブ投資家が市場価格に影響を与え市場を効率的にするのかどうかや、忍耐強くないアクティブ投資家が減り忍耐強いアクティブ投資家が増えた場合、各々損益がどのようになるかを議論した。

その結果、Patient エージェントはまれに起こる市場価格がファンダメンタル価値から大きく乖離して市場が不安定になり、市場がさらに非効率になりそうなきのみに多く売買を行い、市場価格に影響を与え、市場を効率化することが示された。さらに、順張りのテクニカルエージェントの注文は市場価格の変動が大きくなるとさらにその変動を大きくするが、Patient エージェントの注文は、このような増幅を防いでいることも示された。つまり、売買数量は少なくとも、市場が非効率化しそうなきのみ売買を行い、市場効率化に大きく関与している可能性が示された。この売買行動は [Pastor 16] の実証研究の結果と整合的である。また、この市場効率化のメカニズムは、[Albagli 15, Cremers 15] が主張するメカニズムとは異なるものである。

このことは、アクティブ投資が減少すると市場が非効率になる可能性を示している。これは、アクティブ投資からパッシブファンドへ資金が移っている場合、市場が非効率になる可能性も示している。ただし、アクティブ投資が減少せず、パッシブファンドが増加する場合は本研究のモデルで調べることはできないことに注意が必要である。

Impatient エージェントが減り、Patient エージェントが増えると、Patient エージェントにとって競争が増えて利益を奪い合うということはおきず、むしろ、仲間が増え売却したい価格に到達しやすくなり投資機会が増えて利益を獲得しやすくなっていることが分かった。

Impatient エージェントの損切によって市場価格の頻度分布が全体的に低くなったため、Patient エージェントの売り注文がもっとも多い価格帯に市場価格が全く到達しなくなっていた。つまり、Impatient エージェントが存在することによる価格形成の変化が、Patient エージェントの売却機会を奪い利益を少なくしていた。すなわち、Patient エージェントにとっては、同じ Patient エージェントが利益を奪い合うというよりは、Impatient エージェントが価格形成に与える影響が利益を得る機会を奪っていたといえる。このことは、忍耐強い投資は市場が効率的になると利益が減るというよりは、市場が非効率すぎて利益が減るという側面もあることを示している。

今後の課題は、外部環境の変化によって明らかにファンダメンタル価値が変化する銘柄 (シクリカル銘柄) や、ファンダメンタル価値より低い価格で取引され続けた銘柄 (万年割安銘柄) など、さまざまな特徴をもつ銘柄について調べることである。本研究では、ファンダメンタル価値が安定しており、しかもその周りで売買されている銘柄を対象とした。しかし、他の特徴をもつ銘柄では、忍耐強いアクティブ投資の売買行動や、市場価格に与える影響は異なる可能性がある。

また、このような特徴が異なる銘柄が複数存在する場合のシ

表 3: $N_P = 0, N_{IMP} = 0$ の場合の各種統計量

リターンの標準偏差	1.12%	
リターンの尖度	2.38	
	ラグ	
	1	0.18
二乗リターンの	2	0.16
自己相関係数	3	0.15
	4	0.14
	5	0.14

ミュレーションも今後の課題である。アクティブ投資が参照するインデックスには、さまざまな特徴をもった銘柄が含まれているが、[Cremers 16] はこれらの平均損益（インデックスの損益）に比べて負けていることに、アクティブ投資が耐えられるかどうかを議論していた。本研究では 1 銘柄の単純な損益で忍耐強さを議論し、忍耐強くない場合は損切をしてしまうというモデル化を行った。しかしより厳密には、さまざまな特徴をもった銘柄の集まりの平均に対する相対的な損益が悪化したときに、インデックスの保有割合に近づけてしまうという売買が行われている。インデックスにさまざまな特徴の銘柄が含まれている場合は、両者は異なるメカニズムを持つ可能性がある。これら調べるためにはモデルの大規模・複雑化が必要であり、今後の課題である。

さらに、アクティブ投資は減少せず、パッシブファンドが増加した場合の分析も今後の課題である。本研究ではパッシブファンドを全く売買しないものとしたため、この場合を扱うことができなかった。しかし、実際のパッシブファンドに資金が入り出した場合はその分の売買を行うので、この売買の影響を分析することは重要であると考えられる。

さらに、既に述べたように、人工市場シミュレーションは投資家の分布の変化の純粋な効果を見ることができるよう、実現したことがない投資家の分布での分析もすることができる。ただその効果は確実な予想ではない。さまざまなケースでのシミュレーションを行い、これまで予想されていなかった、“あり得る”メカニズムでの現象を見つけておくことが、人工市場シミュレーションの大きな役割であり、人工市場シミュレーションの限界である。そのため、さらなる詳細な議論では、実証分析など他の手法の結果と比較検討する必要がある。

付録

モデル構築の基本理念

人工市場シミュレーションを用いれば、これまでにない投資家の分布が与える影響やまったく新しい規制の効果を議論できるうえ、その純粋な影響を抽出できる。これが人工市場シミュレーション研究の強みである。そして、多くの人工市場シミュレーション研究がこれまでにない投資家の分布が与える影響や、規制・制度の変更を分析してきた [和泉 03, LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12b, 水田 14, Mizuta 16, Todd 16, 和泉 17a, 和泉 17b]。

ただその効果は確実な予想ではない。さまざまなケースでのシミュレーションを行い、これまで予想されていなかった、“あり得る”メカニズムでの現象を見つけておくことが、人工市場シミュレーションの大きな役割となる。金融市場でこれから実際におこる現象を定量的にも忠実に再現することが目的ではなく、規制や制度の変更が、どのようなメカニズムで価格形成に影響を与え、どのようなことが起こり得るのかという知識獲得が目的である。これは例えば実証分析など他の手法ではできないことである。

人工市場モデルは普遍的に存在するマクロ現象を再現すべきであると考えられる。人工市場シミュレーションでは、マクロ現象である市場価格のリターンや売買数量をモデル化しない。あくまで、投資家を模した“エージェント”と取引所を模した“価格決定メカニズム”といったミクロメカニズムをモデル化し、そのミクロメカニズムの相互作用の積み上げとしてマクロ現象が出力される。そのため、ミクロメカニズムのモデル化は現実の市場に即したものとし、結果と

して出力されるマクロ現象は、現実の市場で普遍的に存在するマクロ的性質を再現されるように作る必要がある。

しかし、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することは本研究の目的ではない。必要以上に多くのマクロ的性質を一つのモデルで再現しようとする、過剰に複雑なモデルをもたらす、関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。

実際、複雑な人工市場モデルに対して、モデルが複雑になるとパラメータが増えモデルの評価が困難になるという批判がある [Chen 12]。モデルが複雑すぎると関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。また、パラメータが増えるほどさまざまな出力がだせるようになり、モデルを作った人が導きたい結果へ恣意的に導くためのパラメータ設定が行われる恐れがある。シンプルでパラメータが少ないモデルほど、パラメータ調整によって特定の結果に導くことが困難であるため評価が容易となる。

以上により、本研究では、分析目的を果たせる範囲内なるべくシンプルなモデルの構築を行っている。実際の市場を完全に再現することを目的としておらず、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することや、実際には存在するであろう投資家をすべて網羅することはあえて行っていない。

[Weisberg 12] が述べているように、よいシミュレーションモデルとはその研究目的によって異なる。そのため、本研究のモデルは本研究の目的にのみおいてよいモデルであり、他の研究目的においてはよいモデルではない。また [Weisberg 12] が述べているように、数理モデルと異なり、シミュレーションモデルは投資家などのミクロの行動やその行動の理由と、市場価格などのマクロ現象との相互作用のメカニズムの解明ができることが強みである。数理モデルが強みとするマクロ現象の特徴分析や予測といったことは本研究の目的とせず、メカニズムの解明に焦点をあてている。

モデルの妥当性

人工市場モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail や volatility-clustering といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価される [LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12b, 水田 14, Mizuta 16]。ファット・テールは、市場価格のリターンの分布が正規分布ではなく裾が厚い、すなわち、尖度が正であることである。ボラティリティ・クラスタリングは市場価格のリターンの 2 乗が、大きなラグでも自己相関係数有意に正であることである。

[Sewell 11] など多くの研究で述べられているように、金融市場は不安定であり、安定的に、どのような時期にも有意に観測されるスタイライズド・ファクトはファット・テールとボラティリティ・クラスタリングの 2 つしかない。

しかも、これらは統計量の有意に正であることだけが安定して観測され、値そのものは、時期によって異なる。ファット・テールについては、実証分析でよく観測されるリターンの分布の尖度は 1 ~ 100 程度であり、ボラティリティ・クラスタリングについては、実証分析でよく観測されるリターンの自己相関は 0.01 ~ 0.2 程度と、かなりばらつきがある [Sewell 11]。

本研究のように、金融市場に共通する性質を分析対象とする人工市場が再現すべきは、これらの統計量が有意に正であり、問題ない範囲に値が収まっていることであって、特定の値に近づけることは本質的ではない。

表 3 は、 $N_P = 0, N_{IMP} = 0$ のときの毎期のリターン $\log(P^t/P^{t-1})$ の標準偏差と尖度、リターンの 2 乗の自己相関である。リターンの尖度がプラスで、実証分析でよく観測される 1 ~ 100 程度の範囲に収まっている。ゆえに、ファット・テールが再現されている。また、リターンの 2 乗の自己相関もラグがあってもプラスで実証分析でよく観測される 0.01 ~ 0.2 程度に収まっている。ゆえに、ボラティリティ・クラスタリングが再現されていると考えられる。

留意事項

本論文はスパークス・アセット・マネジメント株式会社および株式会社野村総合研究所の公式見解を表すものではありません。すべては個人的見解であります。

参考文献

- [Albagli 15] Albagli, E.: Investment horizons and asset prices under asymmetric information, *Journal of Economic Theory*, Vol. 158, Part B, pp. 787 – 837 (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.jet.2014.12.008>
- [A.T.Kearney 16] A.T.Kearney, : The \$20 billion impact of the new fiduciary rule on the U.S. wealth management industry, *A.T. Kearney study, Perspective for Discussion*, A.T. Kearney, No. October (2016), <https://goo.gl/SA2EM9>
- [Battiston 16] Battiston, S., Farmer, J. D., Flache, A., Garlaschelli, D., Haldane, A. G., Heesterbeek, H., Hommes, C., Jaeger, C., May, R., and Scheffer, M.: Complexity theory and financial regulation, *Science*, Vol. 351, No. 6275, pp. 818–819 (2016), <http://science.sciencemag.org/content/351/6275/818>
- [Bogle 14] Bogle, J. C.: The arithmetic of “all-in” investment expenses, *Financial Analysts Journal*, Vol. 70, No. 1, pp. 13–21 (2014), <http://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2469/faj.v70.n1.1>

- [Braun-Munzinger 16] Braun-Munzinger, K., Liu, Z., and Turrell, A.: Staff Working Paper No. 592 An agent-based model of dynamics in corporate bond trading, *Bank of England, Staff Working Papers* (2016), <http://www.bankofengland.co.uk/research/Pages/workingpapers/2016/swp592.aspx>
- [Chen 12] Chen, S.-H., Chang, C.-L., and Du, Y.-R.: Agent-based economic models and econometrics, *Knowledge Engineering Review*, Vol. 27, No. 2, pp. 187–219 (2012), <http://dx.doi.org/10.1017/S0269888912000136>
- [Cremers 15] Cremers, M. and Pareek, A.: Short-Term Trading and Stock Return Anomalies: Momentum, Reversal, and Share Issuance, *Review of Finance*, Vol. 19, No. 4, p. 1649 (2015), <https://doi.org/10.1093/rof/rfu029>
- [Cremers 16] Cremers, M. and Pareek, A.: Patient capital outperformance: The investment skill of high active share managers who trade infrequently, *Journal of Financial Economics*, Vol. 122, No. 2, pp. 288–306 (2016), <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfineco.2016.08.003>
- [出口 09] 出口 弘, 木嶋 恭一: エージェントベースの社会システム科学宣言—地球社会のリベラルアーツめざして, 勁草書房 (2009), <http://www.keisoshobo.co.jp/book/b26210.html>
- [Farmer 09] Farmer, J. D. and Foley, D.: The economy needs agent-based modelling, *Nature*, Vol. 460, No. 7256, pp. 685–686 (2009), <https://www.nature.com/articles/460685a>
- [Fraser-Jenkins 16] Fraser-Jenkins, I.: The Silent Road to Serfdom: Why Passive Investing is Worse Than Marxism, *Sanford C. Bernstein research report* (2016)
- [French 08] French, K. R.: Presidential Address: The Cost of Active Investing, *The Journal of Finance*, Vol. 63, No. 4, pp. 1537–1573 (2008), <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.2008.01368.x>
- [Goodman 16] Goodman, B.: Is Passive Investing Really Worse Than Marxism? Despite doing everything in its power to demonize index funds, an Alliance Bernstein team fails to prove they actually harm markets., *Barron's on The Wall Street Journal, Dow Jones & Company* (2016), <https://goo.gl/imMA2I>
- [Graham 03] Graham, B. and Zweig, J.: *The Intelligent Investor: The Definitive Book on Value Investing*, HarperCollins (2003)
- [伊藤 07] 伊藤 幹夫, 杉山 俊輔: 市場効率性の時変構造, in *KEIO Economic Society Discussion Paper*, No. 5, 慶応義塾大学 (2007), http://web.econ.keio.ac.jp/staff/ito/pdf06/KESDP_06-6.pdf
- [和泉 03] 和泉 潔: 人工市場, 森北出版 (2003), <https://www.morikita.co.jp/books/book/2239>
- [和泉 12a] 和泉 潔, 実世界とエージェントシミュレーション協同研究委員会: 実世界とエージェントシミュレーション, 電気学会 (2012), http://www.bookpark.ne.jp/cm/ieej/detail.asp?content_id=IEEJ-GH1262-PRT
- [和泉 12b] 和泉 潔: 第 3 章 金融市場—人工市場の観点から, 杉原 正顯 (編), 計算と社会 (岩波講座 計算科学 第 6 巻), 岩波書店 (2012), <http://iss.ndl.go.jp/books/R100000002-I023728505-00>
- [和泉 17a] 和泉 潔, 川久保 佐記, 米納 弘渡: 第 5 章 強靱な金融システム, 古田 一雄 (編), レジリエンス工学入門, 日科技連出版社 (2017), <http://www.juse-p.co.jp/cgi-bin/html.pl5?i=ISBN978-4-8171-9624-8>
- [和泉 17b] 和泉 潔: 第 6 章 可能世界ブラウザとしてのエージェントシミュレーション, マルチエージェントのためのデータ解析 (マルチエージェントシリーズ), コロナ社 (2017), <http://www.coronasha.co.jp/np/isbn/9784339028126/>
- [神山 17] 神山 哲也, 岡田 功太: アクティブ運用の苦境と資産運用業界再編の可能性—英ヘンダーソンと米ジャナス合併の事例—, 資本市場クォーターリー, 野村資本市場研究所, 冬号 (2017), <http://www.nicmr.com/nicmr/report/repo/2017/2017win10.html>
- [黒崎 15a] 黒崎 哲夫, 熊野 雄介, 岡部 恒多, 長野 哲平: 国債市場の流動性: 取引データによる検証, 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ, No. 15-J-2 (2015), https://www.boj.or.jp/research/wps_rev/wps_2015/wp15j02.htm/
- [Kurosaki 15b] Kurosaki, T., Kumano, Y., Okabe, K., and Nagano, T.: Liquidity in JGB Markets: An Evaluation from Transaction Data, *Bank of Japan Working Paper Series*, No. 15-E-2 (2015), https://www.boj.or.jp/en/research/wps_rev/wps_2015/wp15e02.htm/
- [LeBaron 06] LeBaron, B.: Agent-based computational finance, *Handbook of computational economics*, Vol. 2, pp. 1187–1233 (2006), [http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021\(05\)02024-1](http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021(05)02024-1)
- [水田 14] 水田 孝信: 人工市場シミュレーションを用いた金融市場の規制・制度の分析, 博士論文, 東京大学大学院工学系研究科 (2014), <http://hdl.handle.net/2261/59875>
- [Mizuta 16] Mizuta, T.: A Brief Review of Recent Artificial Market Simulation (Multi-Agent Simulation) Studies for Financial Market Regulations and/or Rules, *SSRN Working Paper Series* (2016), <http://ssrn.com/abstract=2710495>
- [Pastor 16] Pastor, L., Stambaugh, R. F., and Taylor, L. A.: Do Funds Make More When They Trade More?, *SSRN Working Paper Series* (2016), <http://ssrn.com/abstract=2524397>
- [Sewell 11] Sewell, M.: Characterization of financial time series, *Research Note, University College London, Department of Computer Science*, No. RN/11/01 (2011), <http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/>
- [杉田 16] 杉田 浩治: 発足から 40 年を迎えるインデックスファンド—その軌跡と今後の展開—, 証券レビュー, 日本証券経済研究所, Vol. 56, No. 1 (2016), <http://www.jsri.or.jp/publish/review/pdf/5601/04.pdf>
- [Suominen 11] Suominen, M. and Rinne, K.: A Structural Model of Short-Term Reversals, *SSRN Working Paper Series* (2011), <http://ssrn.com/abstract=1787270>
- [高橋 11] 高橋 大志: 社会シミュレーションによる金融市場分析, 横幹連合コンファレンス予稿集, Vol. 2011, pp. 69–69 (2011), <http://doi.org/10.11487/oukan.2011.0.69.0>
- [Todd 16] Todd, A., Beling, P., Scherer, W., and Yang, S. Y.: Agent-based financial markets: A review of the methodology and domain, in *Computational Intelligence for Financial Engineering Economics (CIFER), 2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence on* (2016), <https://doi.org/10.1109/SSCI.2016.7850016>
- [東証 15] 東証: 東証公式 株式サポーター 株式取引編, 東京証券取引所 (2015), <http://www.jpx.co.jp/learning/tour/books-brochures/detail/08.html>
- [TSE 15] TSE, : *Guide to TSE Trading Methodology*, Tokyo Stock Exchange (2015), <http://www.jpx.co.jp/english/equities/trading/domestic/>
- [Verheyden 13] Verheyden, T., De Moor, L., and Bossche, Van den F.: A Tale of Market Efficiency, *Review of Business and Economic Literature*, Vol. 58, No. 2, pp. 140–158 (2013), http://www.rebel-journal.org/table_of_content.aspx?sy=2013&pn=2
- [Weisberg 12] Weisberg, M.: *Simulation and Similarity: Using Models to Understand the World*, Oxford Studies in the Philosophy of Science (2012), (邦訳: 松王政浩: 科学とモデル-シミュレーションの哲学 入門-, 名古屋大学出版会 (2017)) <http://www.unp.or.jp/ISBN/ISBN978-4-8158-0872-3.html>
- [Wurgler 10] Wurgler, J.: On the Economic Consequences of Index-Linked Investing, Working Paper 16376, National Bureau of Economic Research (2010), <http://www.nber.org/papers/w16376>